УДК 681.5.015.52

М. М. Масри, *аспирант*
Одесский национальный политехнический университет,
просп. Шевченко, 1, г. Одесса, 65044, Украина
mohannad_massri@live.com

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ В ВИДЕ ПОЛИНОМОВ ВОЛЬТЕРРА

Рассматривается метод построения аппроксимационной модели Вольтерра нелинейной динамической системы во временной области с использованием полиимпульсных и многоступенчатых тестовых сигналов, основанный на применении регуляризованного метода наименьших квадратов и выборе оптимальной величины шага по амплитуде тестовых сигналов, что обеспечивает повышение точности и вычислительной устойчивости процедуры идентификации.

Ключевые слова: *нелинейные динамические системы, полиномы Вольтерра, ядра Вольтерра, многомерные переходные функции, идентификация, вычислительная устойчивость, регуляризация.*

Актуальность темы. С научно-техническим прогрессом неразрывно связаны как рост сложности проектируемых и исследуемых технических систем и устройств, так и повышение требований к эффективности их функционирования. В связи с этим большое значение приобретают задачи построения адекватных математических моделей исследуемых систем и процессов на основе данных экспериментов «вход-выход» – задачи идентификации, позволяющие повысить точность и достоверность результатов моделирования при проектировании технических систем, а также повысить достоверность распознавания технического состояния при их диагностировании и эффективность функционирования на этапе эксплуатации.

Методы математического моделирования и эксперимент являются основными средствами исследования сложных нелинейных динамических систем (НДС) [1, 2]. Для описания НДС часто используются модели Вольтерра (МВ) [3–7]. При этом нелинейные и динамические свойства системы полностью характеризуются последовательностью многомерных весовых функций – ядер Вольтерра (ЯВ). Задача идентификации (построения модели) НДС заключается в определении многомерных ЯВ на основе экспериментальных данных «вход-выход» идентифицируемой системы [6].

Однако, существующие в настоящее время прикладные алгоритмы идентификации и моделирования НДС на основе МВ все еще не позволяют в полной мере использовать возможности этого математического аппарата. Это обусловлено целым рядом причин, наиболее важными из которых являются: неучет существенного влияния погрешностей измерений на результат идентификации в алгоритмах экспериментального определения ЯВ, что ограничивает их применение в реальных условиях; недостаточная разработанность программно-алгоритмического обеспечения задач идентификации нелинейных систем на основе МВ.

Обзор исследований. Идентификация по своей сути относится к обратным задачам, при решении которых возникают трудности вычислительного плана, обусловленные некорректностью постановки задачи [3]. Получаемые решения оказываются неустойчивыми к погрешностям исходных данных – измерений откликов идентифицируемой НДС [8]. При использовании МВ необходимо также решить задачу разделения отклика $y(t)$ исследуемой НДС на парциальные составляющие (ПС) $y_n(t)$, соответствующие отдельным n–мерным интегралам свертки, поскольку измеряется суммарный отклик $y(t)$ на тестовый сигнал $x(t)$ [5].

В работах [9–12] рассматриваются методы идентификации на основе МВ в виде рядов Вольтерра (РВ), применение которых ограничивается областью сходимости интегростепенных рядов: малыми амплитудами входных сигналов или малыми нелинейностями. Для расширения возможностей использования математического аппарата МВ для идентификации НДС применяют аппроксимационные модели в виде полиномов Вольтерра [13], что позволяет приближенно описывать свойства исследуемой системы с существенной нелинейностью на основе соотношения «вход-выход». Обоснование применимости полиномов Вольтерра для аппроксимации нелинейных функционалов (идентификации НДС) основывается на теореме Фреше [14].

Предлагаемые в статье практические методы детерминированной идентификации НДС на основе аппроксимационных моделей в виде полиномов Вольтерра с использованием полиимпульсных и многоступенчатых тестовых сигналов позволяют преодолеть возникающие трудности математического и вычислительного характера при построении МВ.

Целью работы является теоретическое обоснование вычислительных методов идентификации нелинейных динамических систем в виде аппроксимационных моделей Вольтерра на основе данных экспериментов «вход–выход».

Модели Вольтерра и идентификация НДС. Соотношение «вход-выход» для непрерывной НДС с одним входом и одним выходом может быть представлено РВ

$$\begin{aligned} y(t) &= w_0(t) + \int_0^t w_1(\tau)x(t-\tau)d\tau + \\ &+ \int_0^t\int_0^t w_2(\tau_1,\tau_2)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 + \\ &+ \int_0^t\int_0^t\int_0^t w_3(\tau_1,\tau_2,\tau_3)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)\times \\ &\times x(t-\tau_3)d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \ldots = w_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t), \end{aligned} \tag{1}$$

где $x(t)$ и $y(t)$ – соответственно входной и выходной сигналы системы; $w_n(\tau_1,...,\tau_n)$ – весовая функция или ЯВ n-го порядка (n=1,2,3,…), симметричная относительно вещественных переменных $\tau_1,\ldots,\tau_n$ функции; $y_n(t)$ – парциальная составляющая отклика системы (n-мерный интеграл свертки); $w_0(t)$ – свободный член РВ (при нулевых начальных условиях $w_0(t)\equiv 0$); t – текущее время.

В общем случае для НДС со многими входами и многими выходами РВ имеет вид

$$\begin{aligned} y_j(t) &= \sum_{i_1=1}^{\nu}\int_0^t w_{i_1}^j(\tau)x_{i_1}(t-\tau)d\tau + \\ &+ \sum_{i_1=1}^{\nu}\sum_{i_2=1}^{\nu}\int_0^t\int_0^t w_{i_1 i_2}^j(\tau_1,\tau_2)x_{i_1}(t-\tau_1)x_{i_2}(t-\tau_2)d\tau_1 d\tau_2 + \\ &+ \sum_{i_1=1}^{\nu}\sum_{i_2=1}^{\nu}\sum_{i_3=1}^{\nu}\int_0^t\int_0^t\int_0^t w_{i_1 i_2 i_3}^j(\tau_1,\tau_2,\tau_3)x_{i_1}(t-\tau_1)x_{i_2}(t-\tau_2)\times \\ &\times x_{i_3}(t-\tau_3)d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 + \ldots, \end{aligned} \tag{2}$$

где $y_j(t)$ – отклик НДС на j-м выходе в текущий момент времени t при нулевых начальных условиях; $x_1(t),\ldots,x_\nu(t)$ – входные воздействия; $w_{i_1\ldots i_n}^j(\tau_1,...,\tau_n)$ – ЯВ n-го порядка по i_1, ..., i_n-м входам и j-му выходу, симметричные относительно вещественных переменных $\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_n$ функции; ν, μ – количество входов и выходов НДС соответственно.

На практике РВ заменяют полиномом и обычно ограничиваются несколькими первыми членами ряда. Построение модели НДС в виде ряда или полинома Вольтерра заключается в выборе вида тестовых воздействий $x(t)$ и разработке алгоритма, который позволял бы по измеренным реакциям $y(t)$ выделять парциальные составляющие $y_n(t)$ и определять на их основе ЯВ $w_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)$ или переходные функции $h_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)$ – n-мерные интегралы от ЯВ, n=1,2,…, N (N – порядок аппроксимационной модели).

Метод идентификации НДС на основе РВ во временной области основывается на аппроксимации отклика НДС $y(t)$ на произвольный детерминированный сигнал $x(t)$ в виде интегростепенного полинома N-го порядка (N– порядок аппроксимационной модели):

$$\hat{y}_N(t) = \sum_{n=1}^{N}\hat{y}_n(t) = \sum_{n=1}^{N}\underbrace{\int_0^t \ldots \int_0^t}_{n\ \text{ðàç}} w_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)\times \prod_{i=1}^{n} x(t-\tau_i)d\tau_i.$$

Пусть на вход НДС поочередно подаются тестовые сигналы $a_1x(t)$, $a_2x(t)$, ,…, $a_Lx(t)$; a_1, $a_2,\ldots,a_L$ – различные вещественные числа, удовлетворяющие условию $0<|a_j|\le 1$ для $\forall j$=1,2,...,L, тогда

$$\hat{y}_N[a_j x(t)] = \sum_{n=1}^{N} \hat{y}_n[a_j x(t)] =$$
$$\sum_{n=1}^{N} a_j^n \int_0^t \underset{n\ \text{раз}}{\dots} \int_0^t w_n(\tau_1,\dots,\tau_n) \times$$
$$\times \prod_{i=1}^{n} x(t-\tau_i) d\tau_i = \sum_{n=1}^{N} a_j^n \hat{y}_n(t).$$

ПС в аппроксимационной модели $\hat{y}_n(t)$ находятся с помощью МНК, который позволяет получить такие их оценки, при которых сумма квадратов отклонений откликов идентифицируемой НДС $y[a_j x(t)]$ от откликов модели $\hat{y}_N[a_j x(t)]$ минимальна, т.е. обеспечивает минимум среднеквадратичного критерия

$$J_N = \sum_{j=1}^{L} (y[a_j x(t)] - \hat{y}_N[a_j x(t)])^2 = \\ = \sum_{j=1}^{L} [y_j(t) - \sum_{n=1}^{N} a_j^n \hat{y}_n(t)]^2 \to \min, \quad (3)$$

где $y_j(t) = y[a_j x(t)]$. Минимизация критерия (3) сводится к решению системы нормальных уравнений Гаусса, которую в векторно-матричной форме можно записать в виде

$$\mathrm{A}'\mathrm{A}\hat{\mathrm{y}} = \mathrm{A}'\,\mathrm{y}, \quad (4)$$

где

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} a_1 & a_1^2 & \cdots & a_1^N \\ a_2 & a_2^2 & \cdots & a_2^N \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_L & a_L^2 & \cdots & a_L^N \end{bmatrix}, \mathrm{y} = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \cdots \\ y_L(t) \end{bmatrix}, \hat{\mathrm{y}} = \begin{bmatrix} \hat{y}_1(t) \\ \hat{y}_2(t) \\ \cdots \\ \hat{y}_N(t) \end{bmatrix}.$$

Из (4) получим

$$\hat{\mathrm{y}} = (\mathrm{A}'\mathrm{A})^{-1}\mathrm{A}'\mathrm{y}. \quad (5)$$

Применение тестовых полиимпульсных сигналов. Если тестовый сигнал $x(t)$ представляет собой единичный импульс (функцию Дирака) с весом s, то решением СЛАУ (5) являются весовая функция 1-го порядка $\hat{w}_1(t)$ и диагональные сечения весовых функций n-го порядка $\hat{w}_n(t,\dots,t)$, $n = \overline{2,N}$. Поскольку при $x(t)=s\delta(t)$

$$\hat{y}_n(t) = \int_0^t \underset{n\ \text{раз}}{\dots} \int_0^t \hat{w}_n(\tau_1,\dots,\tau_n) \prod_{i=1}^{n} s\delta(t-\tau_i) d\tau_i = \\ = s^n \hat{w}_n(t,\dots,t), \quad (6)$$

то

$$\hat{w}_n(t,\dots,t) = \frac{\hat{y}_n(t)}{s^n}. \quad (7)$$

Метод определения поддиагональных сечений весовых функций n-го порядка $(2 \le n \le N)$ НДС $\hat{w}_n(t-\tau_1,\dots,t-\tau_n)$ основывается на следующем утверждении.

Утверждение 1. Пусть тестовые воздействия представляют собой сумму n импульсных сигналов $x_i(t) = s\delta(t-\tau_i)$ ($\delta(t)$ – функция Дирака, $i = \overline{1,n}$) со сдвигом по времени t на $\tau_1,\dots,\tau_n$, тогда оценка поддиагонального сечения весовой функции n-го порядка

$$\hat{w}_n(t-\tau_1,\dots,t-\tau_n) = \\ = \frac{(-1)^n}{n!\,s^n} \sum_{\xi_{\tau_1},\dots,\xi_{\tau_n}=0}^{1} (-1)^{\sum_{i=1}^{n}\xi_{\tau_i}} \hat{y}(t,\xi_{\tau_1},\dots,\xi_{\tau_n}), \quad (8)$$

где $\hat{y}_n(t,\xi_{\tau_1},\dots,\xi_{\tau_n})$ – оценка n-й парциальной составляющей отклика нелинейной динамической системы в момент времени t, полученная в результате обработки данных экспериментов на основе (5) при действии на входе системы полиимпульсного сигнала с весом s, причем, если $\xi_{\tau_i} = 1$, то тестовое воздействие содержит импульсный сигнал со сдвигом на τ_i, в противном случае, при $\xi_{\tau_i} = 0$ – не содержит.

Таким образом, вычислительный алгоритм, реализующий метод идентификации многомерных весовых функций на основе соотношения (8), сводится к решению СЛАУ (4) для каждого фиксированного момента времени t на интервале $[0,T]$, где T – время моделирования.

Применение тестовых многоступенчатых сигналов. Если тестовый сигнал $x(t)$ представляет собой единичную функцию $\theta(t)$ (функцию Хевисайда), то решением СЛАУ (5) являются переходная функция первого порядка $\hat{h}_1(t)$ и диагональные сечения n-го порядка $\hat{h}_n(t,\dots,t)$ ($n = \overline{2,L}$).

Для определения поддиагональных сечений переходных функций n-го порядка ($n \ge 2$) НДС испытывается с помощью n тестовых ступенчатых сигналов с заданными амплитудой и различными интервалами между сигналами. При соответствующей обработке откликов получим поддиагональные сечения n-мерных переходных функций

$h_n(t-\tau_1,...,t-\tau_n)$, которые представляют собой n-мерные интегралы от ядер n-го порядка $w_n(\tau_1,\ldots,\tau_n)$

$$h_n(t-\tau_1,...,t-\tau_n)= =\int_0^{\infty}\ldots\int_0^{\infty} w_n(t-\tau_1-\lambda_1,...,t-\tau_n-\lambda_n)d\lambda_1\ldots d\lambda_n. \quad (9)$$

Метод определения сечений n-мерных переходных функций основывается на следующем утверждении.

Утверждение 2. Пусть тестовые воздействия представляют собой сумму k (k=1,2,…,n) ступенчатых сигналов $x_i(t)=a\theta(t-\tau_i)$ (i=1,2,…,k), со сдвигом по времени t на τ_1, ..., τ_k, тогда для НДС с одним входом и одним выходом оценка сечения переходной характеристики n-го порядка

$$\widehat{h}_n(t-\tau_1,...,t-\tau_n)= =\frac{(-1)^n}{n!a^n}\sum_{\delta_{\tau_1},...,\delta_{\tau_n}=0}^{1}(-1)^{\sum_{i=1}^{n}\delta_{\tau_i}}\hat{y}(t,\delta_{\tau_1},...,\delta_{\tau_n}), \quad (10)$$

где $\hat{y}_n(t,\delta_{\tau_1},...,\delta_{\tau_n})$ – оценка n-й ПС отклика ОК в момент времени t, полученная в результате обработки данных экспериментов на основе (5), при действии на ее входе многоступенчатого сигнала с амплитудой a; причем, если $\delta_{\tau_i}=1$ (i=1,2,…,n), то тестовое воздействие содержит ступенчатый сигнал со сдвигом на τ_i, в противном случае, при $\delta_{\tau_i}=0$ – его не содержит.

Утверждение 3. Пусть тестовые воздействия представляют собой сумму k (k=1,2,…,n) ступенчатых сигналов $\{x_k(t)=\theta(t-\tau_k)\}$ со сдвигом по времени на τ_1, ..., τ_k, ($\tau_k\geq0$) тогда для НДС с ν входами и μ выходами оценка сечения переходной характеристики n-го порядка:

$$\hat{h}^j_{i_1\ldots i_n}(t-\tau_1,...,t-\tau_n)= =\frac{(-1)^n}{n!\prod_{k=1}^{n}a_{i_k}}\sum_{\delta^{i_1}_{\tau_1},...,\delta^{i_n}_{\tau_n}=0}^{1}(-1)^{\sum_{k=1}^{n}\delta^{i_k}_{\tau_k}}y_j(t,\delta^{i_1}_{\tau_1},...,\delta^{i_n}_{\tau_n}), \quad (11)$$

где $y_j(t,\delta^{i_1}_{\tau_1},...,\delta^{i_n}_{\tau_n})$ – отклик НДС на j-м выходе (j=1,…, μ), измеренный в момент времени t, при действии на входах i_1,...,i_n многоступенчатых сигналов с амплитудами a_{i_k}, причём, если $\delta^{i_k}_{\tau_k}=1$ (k=1,2,…,n), то тестовое воздействие на i_k-м входе содержит ступенчатый сигнал со сдвигом на τ_k, в противном случае, при $\delta^{i_k}_{\tau_k}=0$ – его не содержит.

Регуляризация процедуры идентификации на основе метода наименьших квадратов. Система нормальных уравнений Гаусса (4) дает хорошие результаты по аппроксимации функций, если число измерений L достаточно велико (много больше, чем степень аппроксимирующего полинома N) или ошибки измерений малы. В противном случае определитель системы оказывается близким к нулю и система становится плохо обусловленной. При этом возможны большие ошибки в оценке параметров аппроксимирующего полинома.

Для получения устойчивого к погрешности измерений решения СЛАУ (4) используется метод регуляризации А. Н. Тихонова, основанный на вариационном способе построения регуляризирующего оператора. Этот метод сводится к нахождению приближенного вектора решения $\hat{y}_\alpha$, минимизирующего некоторый сглаживающий функционал. Единственный вектор, удовлетворяющий условию минимума сглаживающего функционала, может быть определен из решения СЛАУ

$$(A'A+\alpha I)\hat{y}_\alpha=A'y, \quad (12)$$

где A' – транспонированная матрица; I – единичная матрица; α – параметр регуляризации Тихонова.

Приближенное решение, получаемое на основе (12), соответствует нулевому порядку регуляризации (слабая регуляризация). Для повышения гладкости решений используется регуляризационная матрица R и находится решение СЛАУ

$$(A'A+\alpha R)\hat{y}_\alpha=A'y \quad (13)$$

при выбранном значении параметра α. Регуляризационная матрица R имеет ленточную структуру, диагональные элементы которой равны $r_{ii}=1-(\Delta a)^{-2}$, а элементы над- и поддиагоналей равны

$r_{ij}=-(\Delta a)^{-2}, i\neq j;\ i,j=\overline{1,L}$; $\Delta a=a_L/L$.

При реализации данного алгоритма параметр регуляризации α выбирают достаточно малым из анализа имеющейся информации о погрешности исходных данных и погрешности вычислений. В работе подходящее значение параметра регуляризации α определяется путем подбора, т.е. многократными вычислениями $\hat{y}_\alpha$ для различных значений α. Квазиоптимальное значение параметра $\alpha = \alpha_0$ выбирается из условия

$$\| \hat{y}_{\alpha i+1} - \hat{y}_{\alpha i} \| = \min, \qquad (14)$$

где $\alpha_{i+1} = \mu\alpha_i$, $0 < \mu < 1$, $i = 0,1,2,\ldots$. Необходимо отметить, что различные способы определения параметра регуляризации могут дать, вообще говоря, различные результаты и, как следствие, отличающиеся друг от друга регуляризованные решения.

Выводы. Получил дальнейшее развитие метод построения аппроксимационной модели Вольтерра нелинейной динамической системы во временной области с использованием полиимпульсных и многоступенчатых тестовых сигналов, который отличается от известного применением регуляризованного метода наименьших квадратов и выбором оптимальной величины шага по амплитуде тестовых сигналов, что позволяет повысить точность и вычислительную устойчивость процедуры идентификации.

Предложен и теоретически обоснован формализм, представляющий универсальное выражение для сечений многомерных переходных характеристик (n-мерных интегралов от ядер Вольтерра) в виде линейной комбинации откликов идентифицируемой системы на многоступенчатые тестовые воздействия, позволяющий упростить алгоритмизацию и программную реализацию процедуры идентификации.

Список литературы

1. Ивахненко А. Г. Моделирование сложных систем по экспериментальным данным / А. Г. Ивахненко, Ю. П. Юрачковский. – М. : Радио и связь, 1987. – 120 с.
2. Моделирование динамических систем: аспекты мониторинга и обработки сигналов / [В. В. Васильев, Г. И. Грездов, Л. А Симак и др.]. – К. : ИПМЭ НАН Украины им. Г.Е. Пухова, 2002. – 344 с.
3. Сидоров Д. Н. Методы анализа интегральных динамических моделей: теория и приложения / Д. Н. Сидоров. – Иркутск : Изд-во ИГУ, 2013. – 293 с.
4. Пупков К. А. Методы классической и современной теории автоматического управления. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления : учеб. для вузов : в 5 т. / К. А. Пупков, Н. Д. Егупов. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – Т. 2. – 638 с.
5. Данилов Л. В. Теория нелинейных электрических цепей / Данилов Л. В., Матханов П. Н., Филиппов Е. С. – Л. : Энергоатомиздат, 1990. – 256 с.
6. Doyle, F. J. Identification and control using Volterra models / Doyle F. J., Pearson R. K., Ogunnaike D.A.. – Published Springer Technology & Industrial Arts, 2001. – 314 p.
7. Giannakis G. B. A bibliography on nonlinear system identification and its applications in signal processing, communications and biomedical engineering / G. B. Giannakis, E. A. Serpedin // Signal Processing. – 2001. – Vol. 81, Issue 3. – P. 533–580.
8. Апарцин А. С. О повышении точности моделирования нелинейных динамических систем полиномами Вольтерры / А. С. Апарцин // Электронное моделирование. – 2001. – № 6. – С. 3–12.
9. Pavlenko, V. D. Computing of the Volterra kernels of a nonlinear system using impulse response data / V. D. Pavlenko, M. M. Massri, V. M. Ilyin // Proceedings of the 9th International Middle Eastern Simulation Multiconference MESM'2008, August 26–28, 2008, Philadelphia University, Amman, Jordan. – P. 131–138.
10. Павленко В. Д. Компенсационный метод идентификации нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерра / В. Д. Павленко // Труды Одесского политехнического университета. – Вып. 2 (32). – Одесса, 2009. – С. 121–129.
11. Павленко В. Д. Идентификация нелинейных динамических систем в виде ядер Вольтерры на основе данных измерений импульсных откликов / В. Д. Павленко // Электронное моделирование. – 2010. – Т. 32.– № 3. – С. 3–18.
12. Павленко В. Д. Методы детерминированной идентификации нелинейных систем в виде моделей Вольтерра / В. Д. Павленко, С. В. Павленко // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управле-

ния ВСПУ-2014. Москва, 16-19 июня 2014 г. – М. : Ин-т проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2014. – С. 2830–2841.

13. Масри М. М. Построение аппроксимационной модели Вольтерра нелинейной системы с помощью многоступенчатых тестовых сигналов / М. М. Масри // Математичне та комп’ютерне моделювання : зб. наук. праць [Ін-т кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, Кам’янець-Подільський нац. ун-т ім. Івана Огієнка]. – Вип. 11. – Кам’янець-Подільський : Кам’янець-Подільськ. нац. ун-т ім. Івана Огієнка, 2014. – С. 107–116. – (Серія : Технічні науки).
14. Леви П. Конкретные проблемы функционального анализа / П. Леви ; пер. с франц. под ред. Г. Е. Шилова – М. : Наука, 1967. – 511 с.

References

1. Ivahnenko, A. G. and Yurachkovskiy, Yu. P. (1987) Complex systems simulation by experimental data. Moscow: Radio i svyaz, 120 p. [in Russian].
2. Vasilev, V. V., Grezdov, G. I., Simak, L. A. et al. (2002) Dynamic systems simulation: aspects of monitoring and signals processing. Kiev: IPME NAN Ukrainy im. G. E. Puhova, 344 p. [in Russian].
3. Sidorov, D. N. (2013) Methods of the analysis of integral dynamic models: theory and applications. Irkutsk: Izd-vo IGU, 293 p. [in Russian].
4. Pupkov, K. A. and Egupov, N. D. (2004) Methods of classic and modern automated control theory. Statistic dynamics and identification of automated control systems: In 5 vol. Moscow: Izd-vo MGTU im. N. E. Baumana, vol. 2, 638 p. [in Russian].
5. Danilov, L. V., Mathanov, P. N. and Filippov, E. S. (1990) The theory of nonlinear electric circuits. Leningrad: Energoatomizdat, 256 p. [in Russian].
6. Doyle, F. J., Pearson, R. K. and Ogunnaike, D. A. (2001) Identification and control using Volterra models. Published Springer Technology & Industrial Arts, 314 p.
7. Giannakis, G. B. and Serpedin, E. A. (2001) A bibliography on nonlinear system identification and its applications in signal processing, communications and biomedical engineering. *Signal Processing*, 81 (3), pp. 533–580.
8. Apartsin, A. S. (2001) On the increase of accuracy of simulation of nonlinear dynamic systems by Volterra polynomials. *Elektronnoye modelirovanie*, (6), pp. 3–12 [in Russian].
9. Pavlenko, V. D., Massri, M. M. and Ilyin, V. M. (2008) Computing of the Volterra kernels of a nonlinear system using impulse response data. *Proceedings of the 9th International Middle Eastern Simulation Multiconference MESM'2008*, August 26–28, Philadelphia University, Amman, Jordan, pp. 131–138.
10. Pavlenko, V. D. (2009) Compensation method for identification of nonlinear dynamic systems in the form of Volterra nuclei. *Trudy Odesskogo politehnicheskogo universiteta,* 2 (32). Odessa, pp. 121–129 [in Russian].
11. Pavlenko, V. D. (2010) Identification of nonlinear dynamic systems in the form of Volterra nuclei based on the data of impulse responce measurements, *Elektronnoye modelirovanie*, 32 (3), pp. 3–18 [in Russian].
12. Pavlenko, V. D. and Pavlenko, S. V. (2014) Methods for deterministic identification of nonlinear systems in the form of Volterra models. *Trudy XII Vserossiyskogo soveschaniya po problemam upravleniya VSPU-2014*. Moscow, 16-19 June. Moscow: In-t problem upravleniya im. V.A. Trapeznikova RAN, pp. 2830–2841 [in Russian].
13. Masri, M. M. (2014) Construction of approximative Volterra model of nonlinear system with the help of multistage test signals. *Matematychne ta komp’yuterne modelyuvannya. Seriya: Tehnichni nauky*: collection of scient. works. Kam’yanets-Podilskiy: Kam’yanets-Podilskiy nats. un-tt im. Ivana Ogiyenka, (11), pp. 107–116 [in Russian].
14. Levi, P. (1967) Concrete problems of functional analysis. In: G. E. Shilov (Ed.). Moscow: Nauka, 511 p. [in Russian].

M. M. Masri, *postgraduate student*
Odessa National Polytechnic University,
Shevchenko av., 1, Odessa, 65044, Ukraine
mohannad_massri@live.com

COMPUTATIONAL METHODS FOR THE IDENTIFICATION OF NONLINEAR SYSTEMS IN THE FORM OF VOLTERRA POLYNOMIALS

The method for constructing of approximation Volterra model of nonlinear dynamic systems in time domain using multiimpulse and multistage test signals, which is based on the use of regularized least squares method and the choice of step optimal value of test signals amplitude, which allows to improve the accuracy and computational stability of identification procedure is considered.

Formalism representing generic expression for the cross sections of multidimensional transient characteristics (n-dimensional integrals of Volterra kernel) in the form of a linear combination of responses of identifiable system for multistage test simulation designed to simplify algorithmic and software implementation of identification procedure is offered and theoretically substantiated.

Keywords*: nonlinear dynamic systems, Volterra polynomials, Volterra kernels, multidimensional transition functions, identification, computational stability, regularization.*

Рецензенти: С. А. Положаєнко, д.т.н., професор,
В. В. Палагін, д.т.н., професор.